

МРНТИ 27.33.17

Ж.У. Сугиров¹ (orcid - 0000-0002-8109-1658) - основной автор
Г.Г. Байсарова² (orcid - 0000-0002-8145-1656),
С.М. Оспанова³ (orcid - 0000-0002-8122-1671),
Г.И. Есболай⁴ (orcid - 0000-0002-8125-1631),
Л.Б. Есеева⁵ (orcid - 0000-0002-8156-1677)

¹Д-р техн. наук, профессор, ^{2,3}PhD, ст. преподаватель, ^{4,5}Ст. преподаватель
Каспийский университет технологий и инжиниринга им. Ш.Есенова,
г. Актау, Казахстан
e-mail: sugirov-56@mail.ru

УСТОЙЧИВАЯ СТАБИЛЬНОСТЬ ПРЯМОГО СТЕРЖНЯ ПРИ НЕРАВНОМЕРНЫХ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ

Аннотация: Работа посвящена проблеме нелинейной деформации стержня при термомеханической нагрузке. Рассматривается проблема при деформации в плоскости под воздействием механических нагрузок и неравномерных температурных полей. Для изогнутых стержней сформулированы основные дифференциальные уравнения, из которых могут быть получены дифференциальные уравнения для плоских стержней, если заданное значение $\Theta_0=0$, r_0 стремиться к бесконечности. Были сформулированы граничные условия для различных типов кромок крепления. Проблема нелинейного края решается методом движения вдоль параметра с параллельной пристрелкой. Была предложена одна задача и представлены результаты расчетов.

Ключевые слова: нелинейная деформация, стержень, устойчивость, термомеханическая нагрузка, дифференциальное уравнение.

Введение. Критическая нагрузка на стабильность обычных строительных конструкций в упругой фазе часто очень близка к разрушению и опасности. Поэтому в расчетной модели очень важно учитывать геометрические особенности конструкции и режимы нагрузок конструкций в условиях эксплуатации.

Поэтому, очень интересно определить зависимости критических нагрузок от градиента температуры поперечных сечений и времени начала критического состояния для проекта.

Чтобы определить критические нагрузки и формы деформируемых элементов необходимо изучить нелинейную термоупругую геометрическую задачу.

Из-за механики стержней и проблемы теплопроводности аналитическое решение нелинейной задачи является сложным, и в некоторых отношениях неэффективным.

Проблема может быть эффективно решена численными методами, что позволило бы автоматизировать усложненные инженерные вычисления.

Условия и методы исследований. Уравнения нестационарных термомеханических задач представлены в работе [3].

Рассмотрим прямоугольный поперечный стержень, нагруженный продольной поперечной нагрузкой и неустойчивым температурным полем $T = T(t, z, y)$, ось соответствует оси симметрии поперечного сечения.

Для решения температурной задачи выбираем систему координат zoy , начало которой находится на нижней поверхности стержня а ось y параллельна оси стержня.

Пусть это будет нижняя поверхность слитков $[e, b]$ в месте, нагретом нагревательными устройствами определенной силы Q .

Уравнение теплопроводности в безразмерных количествах будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial \bar{t}} = \bar{a} \left[\left(\frac{h}{L} \right)^2 \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{z}^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial \bar{y}^2} \right] + \frac{t_*}{c \rho \Gamma_f} Q [H_1(\bar{x} - \bar{e}) - H_1(\bar{x} - \bar{b})] \quad (1)$$

Для решения нелинейной задачи механики мы используем метод Эйлера. Выбираем систему координат z_1cy_1 , у которой начало будет совпадать с приведенным центром тяжести, а ось z_1 будет параллельна оси z (рис.1).

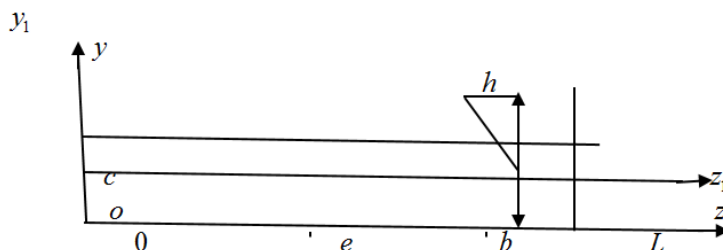


Рис. 1. К расчету нестационарной термоупругости

Поскольку поле температуры не является нестационарным, то компоненты вектора перемещений точек термоупругой линии также нестационарны и будут зависеть от осевых координат и времени (z_1, t) : $w = w(z_1, t), v = v(z_1, t), \theta = \theta(z_1, t)$ [2]. Изучалось медленное нагружение, когда силы инерции можно было игнорировать.

Мы предполагаем, что перемещения больших и конечных значений не зависели от траекторий термомеханических нагрузок.

Материал соответствует закону Гука, где модуль упругости не был зависим от температуры.

Система дифференциальных уравнений нелинейной задачи нелинейной термоупругой деформации в координатах Эйлера в безразмерных величинах имеет вид:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{z}_1} &= (1 + \varepsilon_0) \sin \theta, \\
\frac{\partial \bar{w}}{\partial \bar{z}_1} &= (1 + \varepsilon_0) \cos \theta - 1, \\
\frac{\partial \theta}{\partial \bar{z}_1} &= \bar{\kappa}_x, \\
\frac{\partial \bar{R}}{\partial \bar{z}_1} &= -(1 + \varepsilon_0) \bar{q}_{y_1}, \\
\frac{\partial \bar{H}}{\partial \bar{z}_1} &= -(1 + \varepsilon_0) \bar{q}_{z_1}, \\
\frac{\partial \bar{M}}{\partial \bar{z}_1} &= (1 + \varepsilon_0) (\bar{H} \sin \theta - \bar{R} \cos \theta - \bar{m})
\end{aligned} \tag{2}$$

В уравнениях (1) и (2) были использованы безразмерные значения.

Последовательность решения данной задачи будет выглядеть таким образом.

Вначале решаем задачу теплопроводности и на каждом этапе будем определять распределения температур в стержне, затем будем находить приведенный центр у поперечного сечения и будем интегрировать (2).

Для интегрирования дифференциальных уравнений в частных производных (1), имеются граничные и начальные условия:

$$t = 0, T = T_f \tag{3}$$

$$y = 0, z \in [0, e] \wedge z \in (b, L], -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha(T_a - T_f)$$

$$y = 0, z \in [e, b], T = f_1(t) \tag{4}$$

$$y = h, z \in [0, L], -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha(T_h - T_f)$$

$$z = 0, y \in [0, h], -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_1(T_0 - T_f)$$

$$z = L, y \in [0, h], -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha_1(T_L - T_f)$$

Обсуждение научных результатов. В граничных условиях (4) функция $f_1(t)$ дается на основе произведенных экспериментов, в виде степенной функции или в виде зависимости в промежутке $[e, b]$ $f_1(t) = T_f + q \cdot t^n$. Степенная зависимость определена на основе результатов экспериментов. Функцию $f_1(t)$ можно будет задавать в соответствии с характеристикой нагревательного устройства.

Чтобы объединить системы дифференциальных уравнений, мы используем (2) граничные условия. Для консольной балки, имеющее жесткое защемление на левом конце в безразмерных величинах имеем:

$$\begin{aligned} \bar{z}_1 = 0, \bar{v} = 0, \bar{w} = 0, \theta = 0, \\ \bar{z}_1 = 1, \bar{R} = 0, \bar{H} = 0, \bar{M} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Вычисление уравнения теплопроводности (1) выполняется методом прямых. Заменяли центральными конечно-разностными аналогами производные по координатам z и y , выбирая прямоугольную сетку

$$\dot{\bar{T}}_{i,j} = \bar{a} \left[\left(\frac{h}{L} \right)^2 \frac{\bar{T}_{i+1,j} - 2\bar{T}_{i,j} + \bar{T}_{i-1,j}}{\Delta \bar{z}^2} + \frac{\bar{T}_{i,j+1} - 2\bar{T}_{i,j} + \bar{T}_{i,j-1}}{\Delta \bar{y}^2} \right] + \bar{Q} \quad (6)$$

Граничные и начальные условия в безразмерных величинах:

$$\begin{aligned} \bar{t} = 0, \bar{T}_{i,j} = 1; \\ j = 1, i \in [1, \dots, 4] \wedge i \in [6, \dots, 8], \bar{T}_{i,0} = \bar{T}_{i,2} - 2\alpha\Delta\bar{y}h(\bar{T}_{i,1} - 1) / (\lambda T_f); \\ j = 1, i \in [5, \dots, 8], \bar{T}_{i,1} = \bar{f}_1(\bar{t}); \\ j = m, \bar{T}_{i,m+1} = \bar{T}_{i,m-1} - 2\alpha\Delta\bar{y}h(\bar{T}_{i,m} - 1) / (\lambda T_f); \\ i = 0, \bar{T}_{0,j} = \bar{T}_0; i = n, \bar{T}_{n+1,j} = \bar{T}_{n-1,j} - 2\alpha_1\Delta\bar{z}L(\bar{T}_{n,j} - 1) / (\lambda T_f). \end{aligned} \quad (7)$$

Определив температурные поля, в каждом шаге времени, решали нелинейную краевую задачу деформирования стержня. Интеграция системы дифуравнений (2) с граничными условиями (5) осуществлялась применением метода движения с параллельной пристрелкой.

Заключение. Деформацию термоупругой линии ε_0 и величину $\bar{\kappa}_x$ определяли с применением уравнений. Во время интеграции системы (2) рекомендуется принять внешнюю нагрузку в качестве параметра движения. При нулевых значениях внешних нагрузок были точно определены граничные условия в самом начале интервала интегрирования.

Список литературы

1. Алфутов, Н.А. Основы расчета на устойчивость упругих систем [Текст] / Н.А. Алфутов. - М.: Машиностроение, 1978. - 312 с.
2. Байсарова, Г.Г. Устойчивость стержня при неравномерном термомеханическом нагружении [Текст] / Г.Г. Байсарова, О.Г. Киквидзе // GEORGIAN ENGINEERING NEWS. - 2016. - No.1. - PP.85-93.
3. Reissner E. One dimensional large displacement finite strain beam theory // Stud.Ahhl. Math. -1973. -No.2(52). - PP.87-95.

Материал поступил в редакцию 13.12.21.

Ж.Ө. Сүгіров, Г.Г. Байсарова, С.М. Оспанова, Г.И. Есболай, Л.Б. Есеева

*Ш. Есенов атындағы Каспий технологиялар және инжиниринг университеті,
 Ақтау қ., Қазақстан*

**БІРКЕЛКІ ЕМЕС ТЕРМОМЕХАНИКАЛЫҚ ЖҮКТЕМЕЛЕР КЕЗІНДЕ
 ТІК ӨЗЕКТІҢ ТҰРАҚТЫЛЫҒЫ**

Аннотация. Жұмыс термомеханикалық жүктеме кезінде өзектің сызықты емес деформациясы мәселесіне арналған. Мәселе механикалық жүктемелер мен біркелкі емес температуралық өрістердің әсерінен жазықтықта деформация кезінде қарастырылады. Қисық өзектер үшін негізгі дифференциалдық теңдеулер тұжырымдалады, олардан жазықтық өзектер үшін дифференциалдық теңдеулерді алуға болады, егер берілген мән $\theta_0=0$ болса, p_0 шексіздікке ұмтылады. Бекіту жиектерінің әртүрлі түрлері үшін шекаралық жағдайлар жасалды. Сызықты емес жиек мәселесі параллель атыспен параметр бойымен қозғалу арқылы шешіледі. Бір тапсырма ұсынылды және есептеу нәтижелері ұсынылды.

Тірек сөздер: сызықты емес деформация, өзек, тұрақтылық, термомеханикалық жүктеме, дифференциалдық теңдеу.

Zh.U. Sugirov, G.G. Baysarova, S.M. Ospanova, G.I. Yesbolai, L.B. Yeseyeva

*Caspian University of technology and engineering named after sh. Yessenov,
Aktau, Kazakhstan*

STABLE STABILITY OF THE STRAIGHT ROD UNDER UNEVEN THERMOMECHANICAL LOADS

Abstract. The paper is devoted to the problem of nonlinear deformation of the rod under thermomechanical load. The problem of deformation in the plane under the influence of mechanical loads and uneven temperature fields is considered. Basic differential equations are formulated for curved rods, from which differential equations for flat rods can be obtained if the given value $\theta_0=0$, p_0 tends to infinity. Boundary conditions were formulated for various types of attachment edges. The problem of the nonlinear edge is solved by the method of movement along the parameter with parallel targeting. One task was proposed and the results of calculations were presented.

Keywords: nonlinear deformation, rod, stability, thermomechanical load, differential equation.

References

1. Alfutov N. Osnovy rascheta na ustojchivost' uprugih sistem [The basis of the calculation on the stability of elastic systems]. - Moscow: Mashinostroenie, 1978. - 312 p. [in Russian].
2. Baysarov G.G., Kikvidze O.G. Ustojchivost' sterzhnja pri neravnomernom termomehanicheskom nagruzhennii [The resistance of the rod to uneven mechanical loading] // GEORGIAN ENGINEERING NEWS. 2016, No.1, pp.85-93. [in Russian].
3. Reissner E. One dimensional large displacement finite strain beam theory // Stud.Ahl. Math. 1973, No.2, 52, pp.87-95.