

МРНТИ 14.85.25

**М.Е. Қонсақова<sup>1</sup>** (*orcid - 0000-0001-9002-832X*) – *основной автор,*  
**Н. Балта<sup>2</sup>** (*orcid - 0000-0002-6364-5346*)

<sup>1</sup>Магистрант, <sup>2</sup>PhD

Университет им. Сулеймена Демиреля, г. Каскелен, Казахстан

E-mail: <sup>1</sup>[m.kunsakova@gmail.com](mailto:m.kunsakova@gmail.com), <sup>2</sup>[nuri.balta@sdu.edu.kz](mailto:nuri.balta@sdu.edu.kz)

## ПРИМЕНЕНИЕ GEOGEBRA ДЛЯ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

**Аннотация.** В статье показано, как GeoGebra может быть полезна в обучении математике. GeoGebra - это интерактивное приложение по геометрии, алгебре, статистике и математическому исчислению, предназначенное для изучения и преподавания математики и естественных наук от начальной школы до университета. Он может быть использован для активного и проблемно-ориентированного обучения и способствует математическим экспериментам и открытиям как в классе, так и дома. В этой работе показан набросок использования вышеупомянутого программного обеспечения для построения, решения и иллюстрации математических задач.

**Ключевые слова:** программное обеспечение Geogebra, динамическая геометрия, алгебра, математическое исчисление.

**Введение.** Современные рекомендации по обучению математике указывают на важную роль технологий визуализации. В ответ на эти потребности было создано множество программных приложений для построения геометрических конструкций и решения аналитических и алгебраических задач. Одним из лучших приложений, предназначенных для построения и иллюстрации некоторых математических задач, является GeoGebra.

Он был создан Маркусом Хохенвартером в 2001-2002 годах в рамках его магистерской диссертации по математическому образованию и информатике в Зальцбургском университете в Австрии. При поддержке Австрийской академии наук он смог разработать программное обеспечение в рамках своего докторского проекта в области математического образования. Между тем GeoGebra получила множество международных наград и была переведена преподавателями математики и преподавателями по всему миру более чем на 25 языков. С 2006 года GeoGebra поддерживается Министерством образования Австрии для обеспечения бесплатного доступа к программному обеспечению для обучения математике в школах и университетах. В июле 2006 года GeoGebra попала в США, где ее разработка продолжается в Атлантическом университете Флориды в рамках проекта NSF "Стандарт высшего образования и наставничества" [1].

GeoGebra зависит от программного обеспечения, лицензированного в соответствии с GNU General Public License (GPL), LGPL, лицензией Apache и другими. Программное обеспечение лицензируется в соответствии с «Некоммерческим лицензионным соглашением GeoGebra», в котором утверждается, что, хотя «исходный код лицензируется [...] на условиях GNU General Public License», файлы перевода, установщики и веб-сервисы лицензируются на условиях, не совместимых с GPL. Коммерческое использование запрещено без приобретения отдельной лицензии, что не позволяет считать полученную в результате объединенную работу свободным программным обеспечением [2].

GeoGebra доступна на нескольких платформах со своими настольными приложениями для Windows, Mac OS и Linux, с приложениями для планшетов для Android, iPad и Windows, а также с веб-приложением, основанным на технологии HTML5.

**Основные препятствия в обучении математике.** Сегодня молодые люди привыкли к изобразительной культуре благодаря широкому доступу к социальным сетям, таким как Facebook, Twitter и YouTube. Задействовано множество различных форм медиа, включая, например, текст, аудио, графику, анимацию, видео и виртуальную реальность. Кроме того, развитие и быстрый рост Интернета в сочетании с его растущей доступностью для общественности открыли совершенно новый цифровой мир. Это приводит к тому, что в процессе обучения учащиеся все более склонны принимать содержание, предоставляемое им таким образом. Особенно в математике, где ряд вопросов требует большого воображения, учащимся не рекомендуется изучать предмет, когда он не преподается современным и доступным способом.

Основными препятствиями в обучении математике-семантике являются:

- Концепции без адекватной иллюстрации,
- Математические графики статичны в классическом способе преподавания математики, то есть рисуют их на листе бумаги,
- Статические объекты не допускают обобщения концепции.

Национальный совет учителей математики (NCTM), который является крупнейшей в мире ассоциацией учителей математики, объявил технологию одним из своих шести принципов школьной математики.

Технология играет важную роль в преподавании и изучении математики; она влияет на преподаваемую математику и улучшает обучение учащихся [3].

**Условия и методы исследований.** Основная идея использования GeoGebra в повседневном преподавании и обучении состоит в том, чтобы предоставить учащимся с различными математическими навыками и уровнями возможность лучше понять концепции и научить их заниматься математикой новым привлекательным способом.

Вот основные особенности Geogebra:

- бесплатно для некоммерческого использования,
- мультиплатформенность,
- понятный и простой для понимания графический пользовательский интерфейс,
- богатая база готовых примеров,
- техническая документация на многих языках,
- маркировка объектов соответствует математическому синтаксису,
- возможность сохранения проекта в нескольких форматах,
- работает с LaTeX,
- все объекты в GeoGebra являются динамическими,
- возможность публикации работы на веб-сайте с помощью javascript,
- программа переведена на многие иностранные языки.

Все это делает GeoGebra отличным инструментом для преподавания и изучения математики. Поскольку все объекты в GeoGebra являются динамическими, учащиеся могут видеть, как они меняются, когда они меняют параметры задачи. В геометрических конструкциях все объекты, такие как точки, сечения, окружности и линии, могут быть перемещены

любым способом. Это делает конструкции более понятными. Кроме того, все конструкции могут быть созданы методом наведения и щелчка или путем введения их через командную строку.

### Интерфейс

GeoGebra имеет очень понятный и интуитивно понятный интерфейс, разделенный на части, соответствующие алгебре и геометрии (рис. 1). В зависимости от ваших потребностей он может быть свободно изменен в соответствии с рассматриваемой проблемой.

У нас есть несколько точек зрения:

- алгебраический вид,
- геометрический вид,
- просмотр электронных таблиц,
- Представление CAS (Система компьютерной алгебры),
- представление дизайна протокола,
- командная строка.

Все эти представления связаны друг с другом, то есть, если мы введем объект в одно из представлений, он появится в других в соответствующем виде. Так, например, если мы поместим функцию в командную строку, ее график появится в геометрическом представлении. Все изменения параметров функции немедленно отображаются на графике.

Помимо основных возможностей GeoGebra, таких как рисование фигур, линий и графиков функций, мы также можем вычислять и измерять углы, точки пересечения, длины, поля, окружности, максимум и минимум функции, производные и интегралы. Очевидно, что GeoGebra можно использовать как продвинутый калькулятор, но не только. Он может оперировать векторами, матрицами и даже решать систему линейных уравнений.

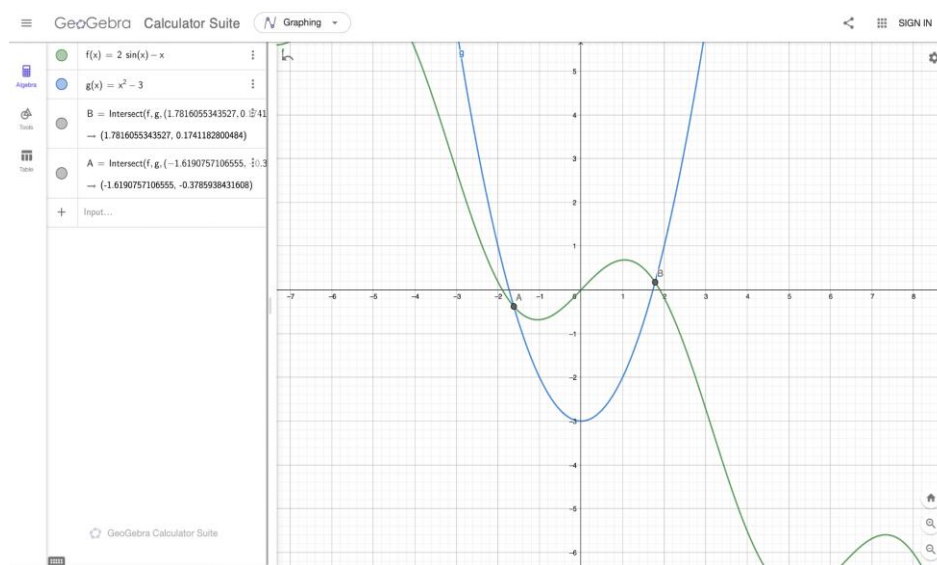


Рис. 1. Интерфейс GeoGebra

**Примеры.** Покажем возможности GeoGebra на некоторых примерах.

**Пример 1.** Предположим, мы хотим построить окружность, описанную на треугольнике (рис. 2). Мы знаем, что центр окружности

должен быть пересечением перпендикулярных биссектрис. Радиус окружности - это сектор от пересечения двух перпендикулярных биссектрис до одной из вершин. Построение окружности выполняется в следующие этапы:

- нарисуйте любой треугольник ABC;
- постройте две перпендикулярные биссектрисы любых двух сторон;
- найдите пересечение перпендикулярных биссектрис и отметьте его D;
- нарисуйте окружность с центром в D и радиусом DA.

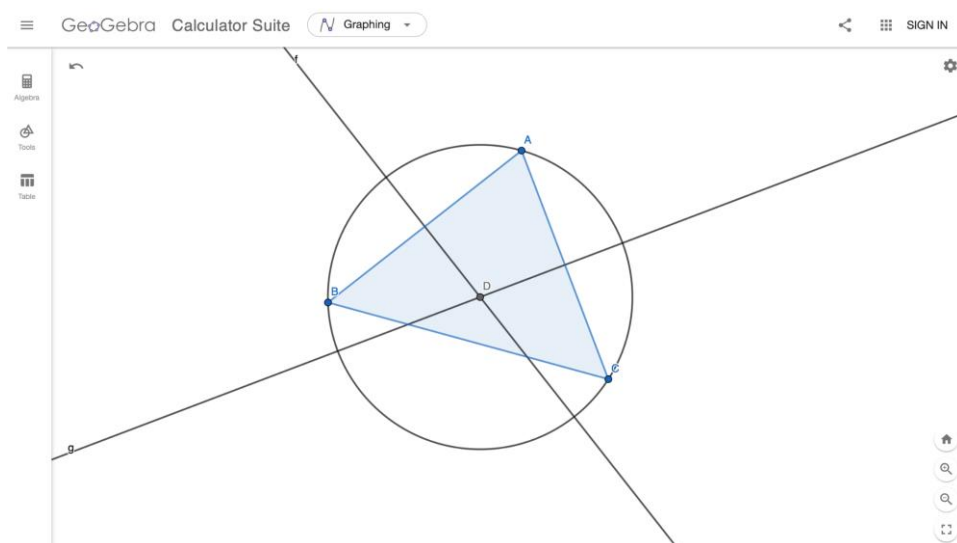


Рис. 2. Окружность, описанная на треугольнике

**Пример 2.** В этом примере мы хотим показать взаимосвязь между наклоном касательной линии функции и производной этой функции. На первом шаге мы должны нарисовать некоторые функции, например:

$$f(x) = (x - 1)^2 - 1. \quad (1)$$

Следующий шаг - поместить точку на график  $f$  называемую  $P$ . Затем нарисуйте касательную линию в точке  $P$  (рис. 3). Эта линия имеет наклон, и мы называем ее  $m$ . Если мы поместим точку  $P = (f(x), f(x))$  на график и установим параметр этой точки для выполнения трассировки, если она перемещается, то вместе с точкой  $P$  точка  $m$  также будет перемещена и проведет линию, идентичную производной от  $f$ , заданной формулой:

$$f'(x) = 2x - 2. \quad (2)$$

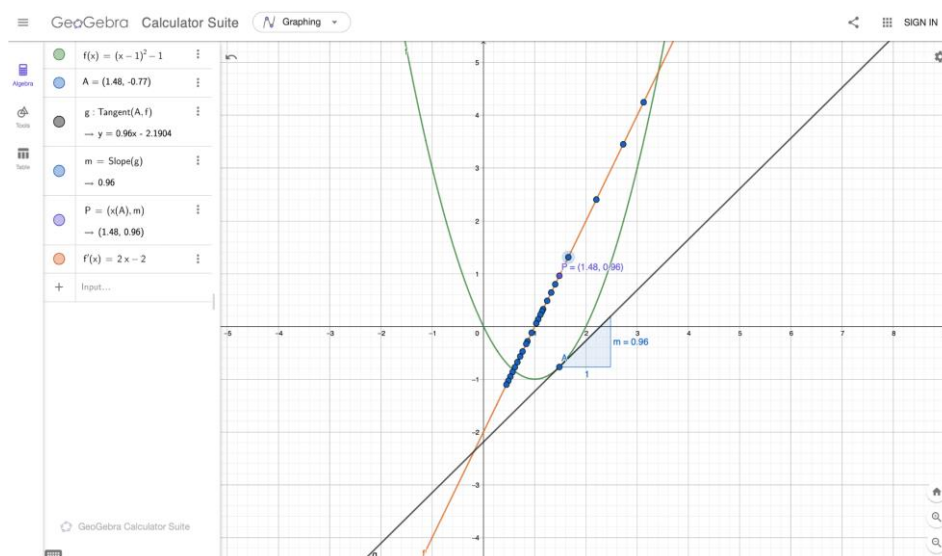


Рис. 3. Касательная прямая и производная функции

**Заключение.** Мы показываем преимущества внедрения программного обеспечения для динамической математики в процесс преподавания и обучения. Мы приходим к выводу, что все учащиеся с любым уровнем математических знаний могут быть поощрены к изучению математики с помощью этого приложения. Современные тенденции в преподавании естественных наук требуют использования методов визуализации, и GeoGebra идеально вписывается в эту тенденцию.

#### Список литературы

1. Hohenwarter M., Preiner J. Dynamic Mathematics with GeoGebra // Journal of Online Mathematics and its Applications ID 1448, 2007. Vol. 7, No. 1.P.2-12.
2. Международный Институт GeoGebra [Электронный ресурс]. - Режим доступа: <https://www.geogebra.org/license>. Дата обращения: 04.05.22.
3. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Principles and standards for school mathematics. - Reston: 1906 Association Drive, 2000. - 280 p.

Материал поступил в редакцию 06.05.22

**М.Е. Қонсақова, Н. Балта**

*Сулейман Демирел атындағы университет, Қаскелең қ., Қазақстан*

#### МАТЕМАТИКАНЫ ОҚЫТУ ҮШІН GEOGEBRA ҚОЛДАНУ

**Аңдатпа.** Мақалада GeoGebra бағдарламалық жасақтамасын математиканы оқытуда қалай пайдалы болатындығы көрсетілген. GeoGebra - бұл геометрия, алгебра, статистика және математикалық есептеулердің интерактивті қосымшасы, математика мен ғылымды бастауыш мектептен бастап университетке дейін оқуға және оқытуға арналған. Оны белсенді және проблемалық-бағытталған оқыту үшін қолдануға болады және сыныпта да, үйде де математикалық тәжірибелер мен ашылуларға ықпал етеді. Бұл мақалада математикалық есептерді құрастыру, шешу

---

және суреттеу үшін жоғарыда аталған бағдарламалық жасақтаманы қолдану эскизі көрсетілген.

**Тірек сөздер:** Geogebra бағдарламалық жасақтамасы, динамикалық геометрия, алгебра, математикалық есептеу.

**M.Y. Konsakova, N. Balta**

*Suleyman Demirel University, Kaskelen, Kazakhstan*

#### **USING GEOGEBRA TO TEACH MATH**

**Abstract.** This article shows how GeoGebra software can be useful for teaching math. GeoGebra is an interactive application of geometry, algebra, statistics and mathematical calculations designed to teach and teach mathematics and science from elementary school to university. It can be used for active and problem-oriented learning and promotes mathematical experiments and discoveries both in the classroom and at home. This article shows a sketch of using the above software to create, solve, and illustrate mathematical problems.

**Keywords:** Geogebra software, dynamic geometry, algebra, mathematical calculation.

#### **References**

1. Hohenwarter M., Preiner J. Dynamic Mathematics with GeoGebra // Journal of Online Mathematics and its Applications ID 1448, 2007. Vol. 7, No. 1.P.2-12.
2. International GeoGebra Institute [Electronic resource]. – Access mode: <https://www.geogebra.org/license>. Date of application: 04.05.22 [in Russian].
3. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). Principles and standards for school mathematics. - Reston: 1906 Association Drive, 2000. - 280 p.