

FTAMP 29.35.19

А.Т. Жақаш¹ – негізгі автор, | ©
Ю.Р. Крахмалева², Ә.Ж. Махмут³¹Техн. ғылым. канд., доцент, ²Техн. ғылым. канд., доцент, ³Студент

ORCID

¹<https://orcid.org/0000-0001-8685-9868>; ²<https://orcid.org/0000-0003-2166-3885>

М.Х. Дулати атындағы Тараз өңірлік университеті



Тараз қ., Қазақстан Республикасы

¹zhakash58@mail.ru<https://doi.org/10.55956/YZEO6429>

БІРНЕШЕ АРАЛЫҚТАН ТҰРАТЫН АРҚАЛЫҚ ТЕРБЕЛІСІНІҢ ЖИІЛІКТЕР ШЕКАРАСЫН АНЫҚТАУ

Аңдатпа. Жуықтау әдістерін қолдана отырып, еркіндік дәрежесі бірден жоғары бірнеше аралықтан тұратын арқалықтардың айналмалы тербелістерінің негізгі жиіліктерін, шекарасын және арқалықтың әр бөлігіндегі тербелістер жиілігін анықтау мәселелері қарастырылған.

Тірек сөздер: арқалықтар, тербелістердің жиіліктері, жиіліктер шекарасы, итерациялар, тербеліс периодтары және амплитудалары.



Жақаш, А.Т. Бірнеше аралықтан тұратын арқалық тербелісінің жиіліктер шекарасын анықтау [Мәтін] / А.Т. Жақаш, Ю.Р. Крахмалева, Ә.Ж. Махмут // Механика және технологиялар / Ғылыми журнал. – 2021. – №4(74). – Б.19-24. <https://doi.org/10.55956/YZEO6429>

Кіріспе. Ақырлы еркіндік дәрежелер деген тұжырымдамаға тоқтала кетейік. Серіппелермен байланысқан жүйенің тербелісін қарастыратын болсақ, ол серіппелер қозғалысының еркіндік дәрежесі шексіз көп болып есептелетіні белгілі. Сондықтан, мұндай жүйелердің қозғалысын зерттеу математикалық тұрғыдан мүмкін емес. Мұндай жүйелердегі серіппелердің салмағын ескеретін болсақ, жүйенің еркіндік дәрежесі шексіз көп болады.

Зерттеу шарттары мен әдістері:

- бірнеше аралықтан тұратын арқалық қозғалысының математикалық моделін құру;

- арқалықтың көлбеу тербелісінің тендеулерін анықтау үшін жүйеге әсерін тигізетін коэффициенттері арқылы есептеу;

- арқалықтың тербеліс кезіндегі ауытқулары арқылы тербеліс жиіліктерінің шекарасын анықтау;

- арқалықтың әр бөлігіндегі кинематикалық параметрлерді анықтау үшін заманауи есептеу әдістерін қолдану.

Зерттеу нәтижелері. Егер жүйедегі денелердің салмағы серіппелердің салмағынан бірнеше есе көп болса, онда жүйе тербелісінің негізгі жиіліктерін есептеуде, серіппелердің салмағын ескермеуге болады. Бұл жағдайда негізгі

дене сызықты тербелісте жасайды десек, онда қарастырылып отырған жүйенің қозғалыс дәрежесінің мәні бірге тең.

Асимметриялық жүктемесі бар үш бөлшектен тұратын арқалық тербелісінің негізгі жиілігінің шекараларын анықтау өзекті мәселелер қатарына жатады. Осындай арқалықты қарастырайық (1-сурет). Оның параметрлері төмендегідей берілсін:

$$Q_1 = 100\text{кг}, Q_2 = 60, Q_3 = 80, l_1 = 100, l_2 = 200, l_3 = 150,$$

$$a_1 = b_1 = 50, a_2 = b_2 = 100, a_3 = b_3 = 75, R = 2 \cdot 10^6 \text{кг/см}^2, I = 63,62\text{см}^4$$

Жүйеге әсер ету коэффициенттері келесі формулалармен есептеледі [1]:

$$\alpha_{11} = \frac{a_1^2 b_1}{3EI} \left[\frac{b_1}{l_1} - \frac{(l_1 + a_1)(l_2 + l_3)}{F} \left(1 - \frac{a_1^2}{l_1^2} \right) \right],$$

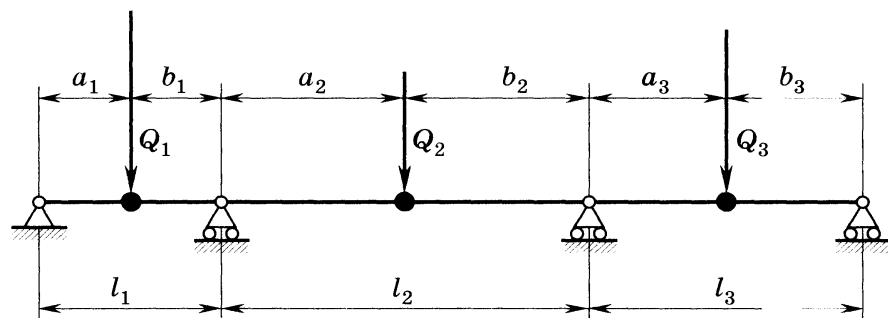
$$\alpha_{12} = \frac{a_1 a_2 b_2 l_1 [l_2 (l_2 + a_2) - 2(l_2 + l_3)(l_2 + b_2)]}{6EI l_2 F} \left(1 - \frac{a_2^2}{l_1^2} \right),$$

$$\alpha_{13} = \frac{a_1 a_3 b_3 l_1 l_2 (l_2 + b_3)}{6EI l_2 F} \left(1 - \frac{a_3^2}{l_1^2} \right),$$

$$\alpha_{22} = \frac{a_2 b_2}{6EI} \left\{ \frac{2a_2 b_2}{l_2} - \frac{b_2 [2(l_3 + b_3)(l_2 + b_2) - l_2 (l_2 + a_2)] \left(1 - \frac{a_1^2}{l_1^2} \right)}{F} + \frac{a_2 [2(l_1 + l_2)(l_2 + a_2) - l_2 (l_2 + b_2)] \left(1 - \frac{a_2^2}{l_2^2} \right)}{F} \right\},$$

$$\alpha_{23} = \frac{a_2 b_2 b_3 l_3 [l_2 (l_2 + b_2) - 2(l_1 + l_2)(l_2 + a_2)]}{6EI l_2 F} \left(1 - \frac{b_3^2}{l_3^2} \right),$$

$$\alpha_{33} = \frac{a_3 b_3^2}{3EI} \left[\frac{a_3}{l_3} - \frac{(l_1 + l_2)(l_3 + b_3)}{F} \left(1 - \frac{b_3^2}{l_3^2} \right) \right],$$



Сурет 1. Күш әсеріндегі үш бөліктен тұратын арқалық

Олай болса

$$F = 4(l_1 + l_2)(l_2 + l_3) - l_2^2$$

$$\begin{aligned}\alpha_{11} &= 129,80 \cdot 10^{-6}; \alpha_{12} = -96,95 \cdot 10^{-6}; \alpha_{13} = 21,81 \cdot 10^{-6}; \\ \alpha_{21} &= \alpha_{12}; \alpha_{22} = 611,7 \cdot 10^{-6}; \alpha_{23} = -174,5 \cdot 10^{-6}; \\ \alpha_{31} &= \alpha_{13}; \alpha_{32} = \alpha_{23}; \alpha_{33} = 405,4 \cdot 10^{-6}.\end{aligned}$$

Жүйенің қозғалыс теңдеулерін түрлендіруден кейін келесі түрде жаза аламыз [2]:

$$\lambda_i = \bar{\lambda}_i \sqrt{\frac{Q_i}{g}}, \quad i = 1, 2, 3$$

Бұл жағдайда, λ_i - арқалықтардың ауытқулары өзгеру ретіне сәйкес есептеледі:

$$\left. \begin{aligned}\lambda_1 &= \rho^2 (13,23\lambda_1 - 7,655\lambda_2 + 1,988\lambda_3) \cdot 10^{-6}, \\ \lambda_2 &= \rho^2 (-7,655\lambda_1 + 37,412\lambda_2 - 12,323\lambda_3) \cdot 10^{-6}, \\ \lambda_3 &= \rho^2 (1,988\lambda_1 - 12,323\lambda_2 + 33,060\lambda_3) \cdot 10^{-6},\end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Көп аралықты арқалық үшін 1-ші негізгі тербеліс 2-суреттегідей қисықтармен өрнектеледі. Бұл жағдайдағы жүйенің амплитудасы оң немесе теріс белгілеулерге ие бола алады. Яғни, (1) теңдеудің коэффициенттеріне сәйкес болады:

$$\mu_1 = \lambda_1, \quad \mu_2 = -\lambda_2, \quad \mu_3 = \lambda_3 \quad (2)$$

Осылай болатынын ескерсек, онда h_{ik} үшін коэффициенттері оң теңдеулер жүйесін жаза аламыз:

$$\left. \begin{aligned}\mu_1 &= \rho^2 (13,231\mu_1 + 7,655\mu_2 + 1,988\mu_3) \cdot 10^{-6}, \\ \mu_2 &= \rho^2 (7,655\mu_1 + 37,412\mu_2 + 12,323\mu_3) \cdot 10^{-6}, \\ \mu_3 &= \rho^2 (1,988\mu_1 + 12,323\mu_2 + 33,060\mu_3) \cdot 10^{-6},\end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Егер оны алғашқы форма түрінде $\mu_1^0 = \mu_2^0 = \mu_3^0 = 1$ алсақ, онда:

- алғашқы жуықтауда $\mu_1^{(1)} = 22,874 \cdot 10^{-6}$; $\mu_2^{(1)} = 57,390 \cdot 10^{-6}$;
 $\mu_3^{(1)} = 47,371 \cdot 10^{-6}$; 1: 2,509: 2,071 амплитудалық қатынастарды аламыз;

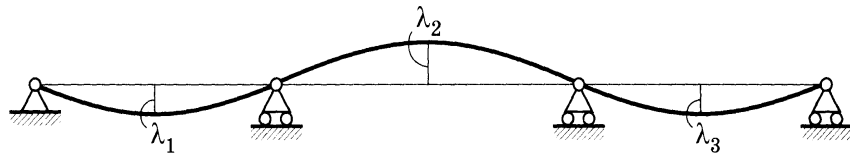
- 2-ші жуықтауда $\mu_1^{(2)} = 36,554 \cdot 10^{-6}$; $\mu_2^{(2)} = 127,043 \cdot 10^{-6}$;
 $\mu_3^{(2)} = 101,373 \cdot 10^{-6}$; 1:3,475:2,773 амплитудалар қатынасын аламыз;

- 3-ші жуықтауда $\mu_1^{(3)} = 45,345 \cdot 10^{-6}$; $\mu_2^{(3)} = 171,834 \cdot 10^{-6}$;
 $\mu_3^{(3)} = 136,485 \cdot 10^{-6}$; 1:3,789:3,010 амплитудалар қатынасын аламыз.

Негізгі жиілік екінші жуықтауда $40,5 < \rho_1 < 145,1$.

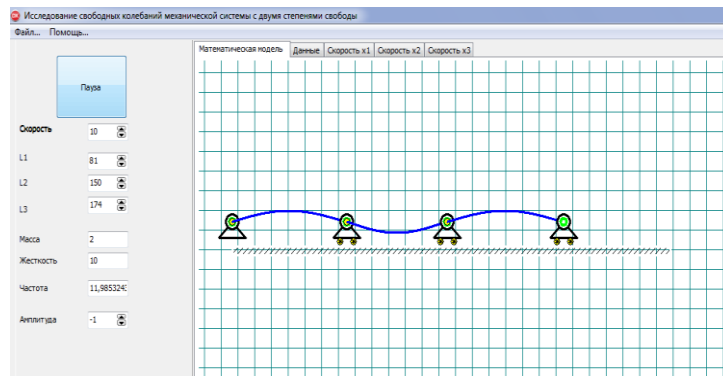
Ал, 3-ші жуықтауда $142,2 < \rho_1 < 143,2$.

Ғылыми нәтижелерді талқылау. Барлық шарттарды қарастырып отырған жүйенің коэффициенттері қанағаттандырады және олар оң. Олай болса, бұларға жиіліктердің шекарасы туралы теореманы қолдануға мүмкіндік туады.

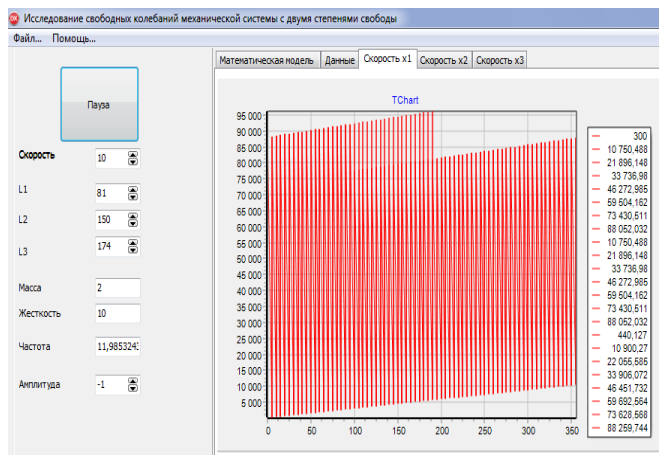


Сурет 2. Тербелістің формасы

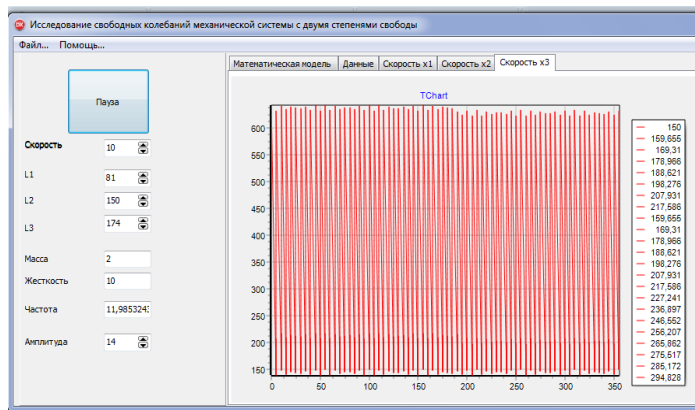
Арқалықтың әр бөлімдегі кинематикалық параметрлерді анықтау үшін Delphi жүйесінде бағдарлама түзілді. Бағдарламаның терезесі мен кейбір кинематикалық параметрлері төмендегі 3-6 суреттерде берілген.



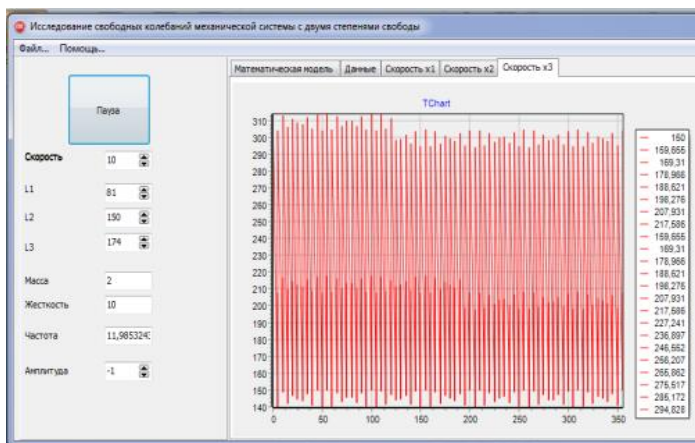
Сурет 3. Арқалықтың қозғалысын өрнектейтін бағдарламаның терезесі



Сурет 4. Арқалықтың 1-бөлігінің жылдамдығы



Сурет 5. Арқалықтың 2-бөлігінің жылдамдығы



Сурет 6. Арқалықтың 3-бөлігінің жылдамдығы

Қарастырылып отырған жүйе коэффициенттерінің таңбалары мен белгілерін өзгертсек, ол коэффициенттердің кеңейтілген құрылымы сол қалпында қалады (4-6 суреттер). Мұндай жағдайда бұл жіктеу тұрғысынан кері орнына келеді. Қорытындысында, соңғы итерациялар пайда болғанда, модификацияланған жүйеде өзара перпендикулярлық жағдайларда, бұл шарт орындалмайды және қалыпты жағдайдағы итерациялардың кенеюінде бірнеше жиіліктердің квадраттарының нәтижелері бар атаулардың пайда болуына әкеліп соқтырады. Сонымен қатар, барлық мүшелердегі жиіліктердің қосындылары бірдей болады. Егер ол жеткілікті деңгейде жоғары болса және жоғарыдағыдай кеңейсе, өзгермейтін жүйедегі сияқты ең төменгі жиіліктегі шамалар үстем болып анықталады. Нақты жуықтаулар амплитудасы осы анықталған шамаларға шексіздікке ұмтылуда жақындауы мүмкін.

Қорытынды. Еркіндік дәрежесі жоғары механикалық жүйелердің тербелістерін зерттеуде жуықтау әдістерін қолдана отырып, тербелістердің жиіліктер шекарасын және арқалықтардың көлденең тербелістерінің жиіліктерін анықтай аламыз. Мұндай динамикалық жүйелердің жұмыс істеу

процестерін бақылауға мүмкіндік беретін есептеу әдістерінің негізінде программалар жасалып, қажетті кинематикалық параметрлерді таба аламыз.

Мақалада алынған нәтижелерді еркіндік дәрежесі жоғары механикалық немесе динамикалық жүйелерді зерттеумен айналысатын ғылыми қызметкерлер пайдалануына болады.

Әдебиеттер тізімі:

1. Светлицкий, В.А. Механика абсолютно гибких стержней [Текст] / В.А. Светлицкий. Под ред. А.Ю. Ишлинского. – М.: Изд-во МАИ, 2001.
2. Боголюбов Н.Н., Метропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний [Текст] / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Метропольский. – М.: Физматгиз, 1990.

Материал редакцияға 03.12.21 түсті.

А.Т. Жақаш, Ю.Р. Крахмалева, Ә.Ж. Махмут

Таразский региональный университет им. М.Х. Дулати, г. Тараз, Казахстан

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧАСТОТНЫХ ГРАНИЦ ПЕРЕМЕННОЙ ВИБРАЦИИ

Аннотация. В статье рассмотрены проблемы определения основных границ частот и частот поперечных колебаний балок высокими степенями подвижности с промежуточными опорами, используя методы последовательных приближений.

Ключевые слова: балки, частоты колебаний, диапазоны частот, итерации, периоды колебаний и амплитуды.

A.T. Zhakash, U.R. Krahmaleva, A.Zh. Makhmut

DETERMINATION OF FREQUENCY BOUNDARIES OF VARIABLE VIBRATION

Taraz Regional University named after M.Kh. Dulaty, Taraz, Kazakhstan

Abstract. Using methods of successive approximations to determine the basic boundaries of the frequencies and frequencies of transverse vibrations of beams with high degrees of mobility with intermediate supports is an urgent task.

Keywords: beams, oscillation frequencies, frequency ranges, iterations, oscillation periods and amplitudes.

References

1. Svetlitsky, V.A. Mehanika absolutno gibkih stержnej [The mechanics of absolutely flexible rods] / Ed. A.Yu. Ishlinsky. - Moscow: Publishing House of the Moscow Aviation Institute, 2001. [in Russian].
2. Bogolyubov, N.N., Metropolsky Yu.A. Asimptoticheskie metody v teorii nelinejnyh kolebanij [Asymptotic methods in the theory of nonlinear oscillations]. - Moscow: Fizmatgiz, 1990. [in Russian].