implementation and development prospects]. – Access mode: http://antares-stroy.ru/encyclopedia/monolitnoe_stroitelstvo_na_territorii_rossii [in Russian].
8. Potapova, YU.I. Nesvetaev, G.V. Korchagin, I.V. O vliyanii superplastifikatorov na poristost' cementnogo kamnya [About the influence of superplasticizers on the porosity of cement stone] / Nauchnoe obozrenie [Scientific Review]. - 2014. -No. 7 (3). - PP. 837–841. [in Russian].
9. Salamanova, M.SH., Sajdumov, M.S., Murtazaeva, T.S-A., Hubaev, M.S-M. Vysokokachestvennye modificirovannye betony na osnove mineral'nyh dobavok I superplastifikatorov razlichnoj prirody [High-quality modified concretes based on mineral additives and superplasticizers of various nature] / Nauchno-analiticheskij zhurnal «Innovacii i investicii» [Scientific and analytical journal "Innovations and Investments"]. - 2015. - No. 8, PP. 159-163. [in Russian].
10. Udodov, S.A. Povtornoe vvedenie plastifikatora kak instrument upravleniya podvizhnost'yu betonnoj smesi [Re-introduction of a plasticizer as a tool for concrete mix flow control]/ Nauchnye trudy Kubanskogo gosudarstvennogo tekhnologicheskogo universiteta [Scientific works of the Kuban State Technological University]. 2015. - No. 9. - PP.175-185. [in Russian].

МРНТИ 27.35.31

М.Ж. Жумабаев[1](orcid - 0000-0001-9780-028X) – основной автор,
С.К. Карауылбаев[2](orcid- 0000-0003-0241-0284),
Г.И. Туреханова[3] (orcid - 0000-0003-0801-8988),
М.Б. Сламкулова[4](orcid - 0000-0002-1642-4129)

[1]Д-р физ.-мат.наук., профессор, [2]PhD, доцент, [3]старший преподаватель, [4]преподаватель
Таразский региональный университет имени М.Х. Дулати, г. Тараз, Казахстан
mjandarbek49@gmail.com[1], karauylbaev.s.k@gmail.com[2] tyrekhanova@gmail.com[3], slamkulova.markhabat@gmail.com[4]

ЦИЛИНДРИЧЕСКАЯ ОБЛОЧКА С ЗАПОЛНИТЕЛЕМ

Аннотация. Рассматривается цилиндрическая оболочка с упругим заполнителем находящейся в осесимметричном температурном поле. Заполнитель имеет форму упругого цилиндра или конуса. По наружной поверхности заполнитель жестко скреплен с оболочкой. Вектор перемещений и напряжений изменяется непрерывно при переходе от заполнителя к оболочке. Оболочка и заполнитель исследуется с позиции теории упругости. При решении задач используется метод конечных элементов. Составные конструкции изготавливают из материалов с разными теплофизическими и механическими характеристиками, а также из композиционных материалов. Конструкции, изготовляемые из композиционных материалов, создается вместе с материалами, свойства которых сильно зависит от компонентов, составляющих композицию, их объемного содержания, геометрической структуры расположения фаз и от технологии изготовления.

С расширением применения композиционных материалов в создании различных конструкций, возрастает интерес к изучению напряженно-деформированного состояния и устойчивости конструкций из слоистых композиционных материалов является переменность физико-математических свойств по толщине и сравнительно малые жесткость и прочность при сдвиге и в поперечном направлении, которые обусловливают необходимость постановки и решения задачи о

напряженно-деформированного состояния и устойчивости в рамках трехмерной теорий упругости.

Ключевые слова: полый цилиндр, аксиальное сечение, полый конус, компоненты перемещений, конусность.

Введение. Опубликованные работы показывают, что в большинстве случаев решение получены при граничных условиях, допускающие принять определенную форму решения [1-4]. В связи с этим, необходимость разработки методов решения задач с произвольными условиями закрепления оболочек с заполнителем становятся крайне необходимыми. Применения аналитических методов существенно осложняются при изменении формы заполнителя и оболочки. Все это предопределяет необходимость решения задачи о напряженности оболочек с коническим заполнителем одним методом.

Условия и методы исследований. Цилиндрическая оболочка с упругим заполнителем конечный длины находится в осесимметричном поле. По наружной поверхности r = R_1 заполнитель жестко скреплен с оболочкой. Вектор напряжений $\sigma_n = \{\sigma_r, \sigma_{\text{Ƶ}_\text{г}}\}$ и вектор перемещений (здесь n-нормаль к поверхности ч= $R_1 = const$ применяется при переходе от заполнителя к оболочке

$$\overline{\text{и}}_\text{з} = \overline{\text{и}}_\text{об}, \bar{\sigma}_{\text{п,з}} = \bar{\sigma}_{\text{п,об}} \quad (1)$$

На внутренней и торцевых поверхностях заполнителя заданы напряжения. Они равны

$$\begin{aligned} &\sigma_\text{Ƶ} = F_1(\text{Ƶ}), \sigma_{\text{гƵ}} = \Phi_1(\text{Ƶ})\text{при}\text{Ƶ} = \text{a}r + \text{в} \\ &\sigma_\text{Ƶ} = F_2(r), \sigma_{\text{гƵ}} = \Phi_2(r)\text{при}\text{Ƶ} = 0 \\ &\sigma_\text{Ƶ} = F_3(r), \sigma_{\text{гƵ}} = \Phi_3(r)\text{при}\text{Ƶ} = L \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $\text{Ƶ} = \text{a}r + \text{в}$ является уравнением образующей внутренней поверхности заполнителся.

Наряду с условиями (2), ниже предоставлены результаты рассмотренной задачи в случае, когда на части поверхности заполнителя жестко закреплен

$$\begin{aligned} &u = \omega = 0, \forall\tau \in [R_0, R_1], z = 0. \\ &\sigma_\tau = F(\tau), \sigma_{\tau z} = \varphi_1(\tau), \forall\tau \in]\, R_*, R_1\, [, z = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $R_0 \le R_* \le R_1$. При этом оболочка занимает пространства $R_1 \le \tau \le R_2$, $0 < z \le L$. Контактное условия для оболочки формируются не на соединенный поверхности оболочки, а на внутренней ее поверхности $\tau = R_1$. Кроме того, могут быть заданы внешнее давление и сдвиговые напряжения

$$\sigma_\tau = p(z), \sigma_{\tau z} = q(z), \forall z \in \tau = R_2 \quad (4)$$

Нижний торец оболочки z=0 считается закрепленном, а на верхнем торце z=0 заданы осевые и касательные напряжения

$$\begin{aligned} &u = \omega = 0\text{при } z{=}0, \\ &\sigma_z = P(\tau), \sigma_{\tau z} = Q(\tau)\text{при} z = \alpha. \end{aligned} \quad (5)$$

При решении задачи используются кольцевые треугольные элементы.

Результаты исследований. Рассматриваемая цилиндрическая оболочка с конусом находиться в осесимметричном напряженном состоянии. Поэтому достаточно рассмотреть аксиальное сечение. Аксиальным сечением кольцевого треугольного элемента является треугольный элемент с узлами q, s, t. Узловые перемещения точки обозначаются

$$[\delta_i] = \begin{bmatrix} u_i \\ \omega_i \end{bmatrix},\ \text{i=q,s,t,} \tag{6}$$

а перемещения вершин треугольного элемента

$$\{\delta\}_e = \{\delta_q, \delta_s, \delta_t\}. \tag{7}$$

Перемещения внутри треугольного элемента представляется линейным полигоном

$$u = \alpha_1 + \alpha_2\tau + \alpha_3 z,\ \omega = \alpha_4 + \alpha_5\tau + \alpha_6 z. \tag{8}$$

Поэтому перемещения вершин q,s,t треугольного элемента будут

$$\begin{aligned} u_q &= \alpha_1 + \alpha_2\tau_q + \alpha_3 z_q, \\ u_s &= \alpha_1 + \alpha_2\tau_s + \alpha_3 z_s, \\ u_t &= \alpha_1 + \alpha_2 z_t + \alpha_3 z_t \end{aligned} \tag{9}$$

Отсюда находятся коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$

$$u = \frac{1}{S}\sum_{i=q,s,t}(a_i + b_i\tau + c_i z)u_i \tag{10}$$

где $S = a_q + a_S + a_t$,

$$\begin{aligned} a_q &= r_s z_t - r_t z_s, & b_q &= z_s - z_t, & c_q &= r_t - s_t, \\ a_s &= r_t z_q - r_q z_t, & b_s &= z_t - z_q, & c_s &= r_q - r_t, \\ a_t &= r_q z_s - r_s z_q, & b_t &= z_q - z_s, & c_t &= r_s - r_q, \end{aligned} \tag{11}$$

Аналогично можно получить для

$$W = \frac{i}{S}\sum_{i=q,s,t}(a_i + b_i r + c_i z)\, w_i \tag{12}$$

Связь между перемещениями в кольцевом треугольном элементе с перемещениями вершин имеет вид

$$\{\delta\} = N\{\delta\}_e. \tag{13}$$

Здесь

$$N = \{\langle N_q | N_s | N_t \rangle\}, \qquad N_i = \begin{bmatrix} a_i + b_i r + c_i r & 0 \\ 0 & a_i + b_i r + c_i z \end{bmatrix}. \tag{14}$$

Компоненты деформаций связаны с перемещениями кинематическими соотношениями

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}; \qquad \varepsilon_\varphi = \frac{u}{r}; \qquad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}; \qquad \varepsilon_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \tag{15}$$

Используя (10), (12), (15) можно получить

$$\{\mathrm{E}\} = \mathrm{B}\{\delta\}_e; \qquad \mathrm{B} = [\mathrm{B}_q, \mathrm{B}_s, \mathrm{B}_t];$$

$$\mathrm{B}_i = \frac{1}{S}\begin{bmatrix} b_r & 0 \\ a_i + b_i r + c_i z & 0 \\ 0 & c_i \\ c_i & b_i \end{bmatrix}, \qquad i = q, s, t. \tag{16}$$

Элементы матрицы B содержат r, z.

Связь между компонентами напряжений и деформаций для ортотропного материала [1]

$$\{\delta\} = Д\{\mathrm{E}\}, \tag{17}$$

$$\{\delta\} = \begin{bmatrix} \delta_r \\ \delta_\varphi \\ \delta_z \\ \delta_{rz} \end{bmatrix}, \quad \{\varepsilon\} = \begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\varphi \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_{rz} \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} d_{11}d_{12}d_{13}d_{14} \\ d_{21}d_{22}d_{23}d_{24} \\ d_{31}d_{32}d_{33}d_{34} \\ d_{41}d_{42}d_{43}d_{44} \end{bmatrix}. \tag{18}$$

Здесь $d = 1/(1 - \upsilon_{z\varphi}\upsilon_{\varphi z} - \upsilon_{rz}\upsilon_{zr} - \upsilon_{\varphi z}\upsilon_{z\varphi} - 2\upsilon_{z\varphi}\upsilon_{\varphi z}\upsilon_{zr})$,

$d_{11} = dE(1 - \upsilon_{\varphi z}\upsilon_{z\varphi})$, $d_{22} = dE_{\varphi}(1 - \upsilon_{rz}\upsilon_{zr})$,

$d_{33} = dE_z(1 - \upsilon_{z\varphi}\upsilon_{\varphi z})$, $d_{12} = d_{21} = dE_z(\upsilon_{\varphi z} + \upsilon_{zr}\upsilon_{\varphi z})$,

$d_{13} = d_{31} = dE_z(\upsilon_{\varphi z} + \upsilon_{zr}\upsilon_{\varphi z})$, $d_{23} = d_{32} = dE_{\varphi}\upsilon_{z\varphi} + \upsilon_{r\varphi}\upsilon_{zr})$,

$d_{44} = \mu_{13}$, $d_{14} = d_{24} = d_{34} = d_{41} = d_{42} = d_{43} = 0$.

Рассматриваемый кольцевой треугольный элемент будет находиться в состояний равновесия, если действия отброшенных участков заменить статической эквивалентный системой сил, приложенных в вершинах кольцевых треугольника элемента. Эта система сил

$$\{F\}_e = \{F_{r,q}, F_{z,q}, F_{r,\varsigma}, F_{z,\varsigma}, F_{r,t}, F_{z,t}\}. \qquad (19)$$

Первый индекс соответствует направлению силы, а второй индекс указывает номер вершины треугольного элемента.

Если обозначить $k_e = \int B^{\tau} DBdV$, то матрица жесткости, интеграл берется по всей кольцевой области, имеет вид

$$\mathrm{k_e} = \wp\,\pi \int B^{\tau} DBrdrdz. \qquad (20)$$

Матрица в содержит переменные. Для определения матрица жесткости элемента $\mathrm{k_e}$ сначала необходимо перемножить матрицы, входящие в подинтегральное выражение, а затем их проинтегрировать.

Обсуждение научных результатов. В результате интегрирования (20) получается матрица жесткости кольцевого треугольного элемента. Около каждый узловой точки i находиться k кольцевых треугольных элементов $4 \le k \le 8$. Компоненты действующих сил в этой точке обозначаются через $\mathrm{F_{r,i}}, F_{z,i}$. Для каждого кольцевого элемента могут быть записаны два уравнения, связывающие составляющие силы в точке i, действующие на этот кольцевых треугольный элемент и компоненты перемещений трех его вершин. Компоненты этих уравнений являются элементы матрицы жесткости кольцевых треугольных элементов, объединяющихся в угловых точке i. Найдя их сумму, можно получить сумму, состоящую из двух уравнений, связывающих компоненты сил $\mathrm{F_{r,i}}, F_{z,i}$.с компонентами перемещений в точке I и в остальных вершинах кольцевых треугольных элементов, объединяющихся в угловых точке i. Таким обрезом, получается система уравнений

$$K\bar{U}=F \qquad (21)$$

Здесь $\bar{U}$- вектор перемещений, F- вектор сил. Для решения системы применяется метод квадратных корней.

Рассматривается цилиндрическая оболочка с коническим полым заполнителей. Заполнитель имеет форму полого усеченного конуса. По наружный цилиндрической поверхности ($r = R_1$) заполнитель жестко скреплен с оболочкой.

Учитываются массы заполнителя и оболочки. Рассматривается составная конструкция под действием массы находится в осесимметричном напряженном состояний. Составленная прогресса для определения напряженного состояния цилиндрической оболочки с коническим заполнителем позволяет решить и форму напряженности составной конструкции в случае, когда заполнитель имеет коническую полость.

Свойства оболочки и заполнителя определяется следующими параметрами: $E_г$ = 3 ГПа, $E\varphi$= 188 ГПа, $E_г$ =125 ГПа, $V_г\varphi$=0.14.

Изгибных в составных конструкциях с заполнителем в виде полных конусов.

Заключение. Во всех случаях можно видеть, что основное напряженное состояние концентрируется в окрестности закрепленной торцевой поверхности цилиндрической оболочки. При этом максимальное значение отжимающих напряженности являются наибольшими для цилиндрического заполнителя.

Степень концентрации осевых напряжении в окрестность закрепленный поверхности увеличивается по мере повышения конусности заполнителя составной конструкций. Касательные напряжения достигают абсолютного максимума для составных конструкции с отношением (R-R_0^b) / L при ровном 1/6 (вариант 4). Увеличение конусности при постоянных значении нижнего радиуса приводит к росту зоны сжимающих окружных напряженной.

Распределения окружных и осевых напряжений в заполнителе на поверхности контакта заполнителя с оболочкой совпадает с характером распределения радиальных напряжений.

Полученные числовые результаты показывают, увеличение конусности при постоянном значении нижнего радиуса приводит к уменьшению по абсолютной величине всех компонентов напряжении на поверхности контекста.

Список литературы

1. Лехницкий, С.Г. Теория упругости анизотропного тела [Текст] / С.Г. Лехницкий. – М.: Наука, 1977. – 415 с.
2. Албакасов, А.И. Осесимметричная деформация многослойного цилиндрического толстостенного цилиндра МКЭ. Прочность и разрушение материалов и конструкций [Текст] / А.И. Албакасов М.И. Климов. – Орск.: изд-во Орского университета, 1998. – С.58-59.
3. Литвинов, А.Н. Термоупругие напряжения в круглых многослойных упругих элементах [Текст] А.Н.Литвинов //Новые промышленные технологии. – 2002. – №5. – С.39-44.
4. Жумабаев, М.Ж. О некоторых разрешающих уравнениях осесимметричной деформации цилиндра [Текст]/ М.Ж. Жумабаев // Вестник АН РК. – 2004. – №4. – С. 99-100.

Материал поступил в редакцию 13.04.21.

М.Ж. Жумабаев, С.К. Карауылбаев, Г.И. Туреханова, М.Б. Сламкулова

М.Х. Дулати атындағы Тараз өңірлік университеті,Тараз қ., Қазақстан

ТОЛТЫРҒЫШЫ БАР ЦИЛИНДРЛІК ҚАБЫҚША

Аннотация. Температураның осьтік симметриялық өрісінде орналасқан серпімді толтырғышы бар цилиндрлік қабықша қарастырылған. Толтырғыш серпімді цилиндр немесе конус түрінде болады. Сыртқы бетінде толтырғыш қабықшаға мықтап бекітілген. Толтырғыштан қабықшаға өту кезінде орын ауыстырулар мен кернеулердің векторы үздіксіз өзгереді. Қабықша мен толтырғыш серпімділік теориясы тұрғысынан зерттеледі. Есептер шығарғанда ақырғы элемент әдісі

қолданылады. Құрамдас құрылымдар әртүрлі термофизикалық және механикалық сипаттамалары бар материалдардан, сондай-ақ композициялық материалдардан жасалады. Композициялық материалдардан жасалған құрылымдар композицияны құрайтын компоненттер, олардың көлемдік мазмұны, фазалық орналасуының геометриялық құрылымы және дайындау технологиясына тәуелді материалдармен бірге жасалады.

Әр түрлі құрылымдарды жасау кезінде композициялық материалдарды қолдану аясының кеңеюіне байланысты, қабатталған композициялық материалдардан жасалған құрылымдардың кернеулік-деформациялық күйін және тұрақтылығын зерттеуге қызығушылық арта түседі, бұл физикалық-математикалық қасиеттердің қалыңдығы бойынша және салыстырмалы түрде ығысудың және көлденең бағыттағы қаттылық пен беріктіктің азаюы, бұл үш өлшемді серпімділік теориялары шеңберінде кернеулер-деформация күйі мен тұрақтылық мәселесін шешуді қажет етеді.

Тірек сөздер: қуыс цилиндр, аксиалды қима, қуыс конус, орын ауыстыру компоненттері, конустылық.

M.Zh. Zhumabaev, S.K. Karauylbayev, G.I. Turekhanova, M.B. Slamkulova

Taraz Regional University named after M.Kh. Dulaty, Taraz, Kazakhstan

CYLINDRICAL SHELL WITH FILLER

Abstract. A cylindrical shell with an elastic filler located in an axisymmetric temperature field is considered. The filler is in the form of an elastic cylinder or cone. On the outer surface, the filler is rigidly attached to the shell. The vector of displacements and stresses changes continuously during the transition from the filler to the shell. The shell and filler are investigated from the point of view of the theory of elasticity. When solving problems, the finite element method is used. Composite structures are made from materials with different thermophysical and mechanical characteristics, as well as from composite materials. Structures made of composite materials are created together with materials, the properties of which are highly dependent on the components that make up the composition, their volumetric content, the geometric structure of the phase arrangement, and on the manufacturing technology.

With the expansion of the use of composite materials in the creation of various structures, interest in the study of the stress-strain state and stability of structures made of layered composite materials is growing; the variability of physical and mathematical properties in thickness and relatively low stiffness and strength in shear and in the transverse direction, which necessitate the statement and solving the problem of stress-strain state and stability in the framework of three-dimensional theories of elasticity.

Keywords: hollow cylinder, axial section, hollow cone, displacement components, taper.

References

1. Lekhnickij, S.G. Teoriya uprugosti anizotropnogo tela [The theory of elasticity of an anisotropic body]. – Moscow: Nauka, 1977. – 415 p. [inRussian].
2. Albakasov, A.I., Klimov, M.I. Osesimmetrichnaya deformaciya mnogoslojnogo cilindricheskogo tolstostennogo cilindra MKE. Prochnost' i razrushenie materialov i konstrukcij [Axisymmetric deformation of a multilayer cylindrical thick-walled cylinder by the finite element method. Strength and destruction of materials and structures]. – Orsk: izd-vo Orskogo universiteta, 1998. – P. 58-59. [inRussian].

3. Litvinov, A. N. Termouprugie napryazheniya v kruglyh mnogoslojnyh uprugih elementah [Thermoelastic stresses in round multilayer elastic elements] / New industrial technologies. – 2002. – №5. – P. 39-44. [inRussian].
4. Zhumabaev, M. Zh. O nekotoryh razreshayushchih uravneniyah osesimmetrichnoj deformacii cilindra [On some resolving equations for the axisymmetric deformation of a cylinder] / Bulletin of the Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. – 2004. – №4. – P. 99-100. [in Russian].